

# Моделювання розповсюдження зовнішніх впливів у складних системах високого порядку

О. Г. Малько

кафедра математичних методів інженерії  
Івано-Франківський національний технічний  
університет нафти і газу  
Івано-Франківськ, Україна  
malko@pochta.ru

Є. А Олійник

кафедра інформатики  
ДВНЗ «Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника»  
Івано-Франківськ, Україна  
andrij-olijnyk@rambler.ru

## Modeling of external effects dissemination in higher order complex systems

O. G. Malko

Department of Mathematical Methods in Engineering  
Ivano-Frankivsk National Technical University  
of Oil and Gas  
Ivano-Frankivsk, Ukraine  
malko@pochta.ru

E. A. Olijnyk

Department of Differential Equations and Applied  
Mathematics  
Vasyl Stefanyk Precarpatican National University  
Ivano-Frankivsk, Ukraine  
madferiteugene@gmail.com

**Анотація**—Реалізована модель розповсюдження зовнішніх впливів у складних системах високого порядку. Запропонований алгоритм визначення зв'язності вхідних і вихідних впливів різних підсистем.

**Annotation**—The model of external influences dissemination in higher order complex systems is being implemented. The algorithm for the connectivity determining of the input and output effects of different subsystems is being purposed.

**Ключові слова**—модель, вплив, інформація, зв'язність, графи, компоненти зв'язності графа

**Keywords**—model, influence, information, connectivity, graphs, graph connectivity components.

### I. ВСТУП

Задачі дослідження реакції на зовнішні впливи багатозв'язаних систем на рівні підсистем виникають при вирішенні проблем прогнозування і управління у системах різної природи. Особливо актуальною ця проблема є при дослідження складних інформаційних систем, а саме великих організаційних систем, які як правило, мають багатозв'язну структуру. Прикладом може бути дослідження розповсюдження впливу прийняття конкретних керуючих рішень на реакції різних структурних компонент (підсистем) у просторі і часі, на предмет виявлення їх позитивного і негативного характеру[1].

Моделювання подібних процесів може здійснюватись на різних рівнях деталізації [2]:

- 1) логічному у ракурсі двозначної логіки;
- 2) логічному у ракурсі нечіткої логіки (фазі логіки) відносно слабкості зв'язків у підсистемах та між підсистемами [3];
- 3) з прив'язкою до часу, шляхом врахування часу проходження впливу по різним каналам у підсистемах та між підсистемами при їх статичному характері;
- 4) на кількісному рівні у статичному представленні підсистем, шляхом надання відповідності зв'язки – функціональна залежність;
- 5) кількісному рівні у динамічному представленні підсистем, шляхом надання відповідності зв'язки – інтегродиференціальні залежності.

### II. МОДЕЛЮВАННЯ

У даній роботі розглядається тільки найпростіша модель – у ракурсі двозначної логіки, однак вона є базовою, так як служить основою для наступних більш потужних рівнів моделювання. Досліджувана система  $E$  подається задається множиною підсистем  $E_i$  ( $i = 1 \dots n$ ), та їх вхідними  $x^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_{k_i}^i)$  та вихідними  $y^i = (y_1^i, y_2^i, \dots, y_{m_i}^i)$  впливами. Зв'язок між компонентами вектора входу  $x^i$  і вектора виходу  $y^i$  підсистеми  $E_i$  визначається оператором перетворення  $T_{ii}$  тобто  $y^i = T_{ii}(x^i)$ . Зв'язок між елементами  $E_r$  і  $E_s$  тобто між

вихідним вектором  $y^r$  і вхідним вектором  $x^s$  визначаються відповідністю  $S_{sr}$  ( $x^s = S_{sr}y^r$ ). При відсутності взаємодії між елементами  $S_{sr} = 0$ .

Для узагальнення обчислень при доцільно позначити сукупність векторів входів і виходів всіх елементів через

$$X = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \vdots \\ x^n \end{pmatrix} \geq Y = \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \\ \vdots \\ y^n \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де розмірність  $X$  і  $Y$  будуть  $K = \sum_i k_i$  і  $M = \sum_i m_i$ .

Оператори  $T_{ii}$  і відповідності  $S_{sr}$  представляються субматрицями, з яких формується загальна операторна  $M \times K$  матриця  $T$  і структурна  $K \times M$  матриця  $S$ . Які у сукупності дають можливість пов'язати всі входи і виходи, та виходи і входи підсистем відповідно:

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T_{22} & \dots & 0 \\ \hline 0 & 0 & \dots & T_{nn} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 0 & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & 0 & \dots & S_{2n} \\ \hline S_{nl} & S_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

тобто і  $X = S \times Y$ .

Отриманим матричним співвідношенням формують відповідності, композиції яких дає квадратні матриці що пов'язують попередні стани входів (виходів) підсистем з наступними:

$$X^{s+1} = S \times T \times X^s = R \times X^s, \quad Y^{s+1} = S \times T \times Y^s = P \times Y^s.$$

Квадратні матриці  $R$  і  $P$  можна розглядати матриці суміжності орієнтованого графа з вершинами  $X$  і  $Y$  відповідно. Причому, якщо заданий тільки вхідний вплив на систему можна визначити початкове значення вектора виходу через початковий вектор воду:  $Y^0 = T \times X^0$ , а в подальших дослідженнях використовувати матриці  $R$  і  $P$ .

При подальшому моделюванні використаємо теоретичні засади теорії графів, які базуються на наступних визначеннях[4]:

- вершина  $w$  орієнтованого графа  $D$  досяжна з вершини  $v$  якщо є шлях із  $w$  у  $v$ ;
- компонентою сильної зв'язності графа  $D$  називається його сильно зв'язний підграф, який не є власним підграфом ніякого іншого сильно зв'язного графа  $D$ .

- позначимо через  $A^k = [a_{ij}^{(k)}]$   $k$ -ту степінь матриці суміжності  $A$  графа  $D$ , тоді елемент  $a_{ij}^{(k)}$  дорівнює числу шляхів довжини  $k$  з  $i$ -тої вершини у  $j$ -ту;
- матриця досяжності  $T(A)$  за матрицею суміжності  $A$  дорівнює:  $T(A) = E \vee A \vee A^2 \vee \dots \vee A^{n-1}$ ;
- матриця сильної зв'язності  $S(A)$  за матрицею суміжності  $A$  дорівнює:  $S(A) = T(A) \wedge T^T(A)$ , де  $T^T(A)$  - транспонована матриця  $A$ ;
- за допомогою матриці суміжності  $A$  матриці досяжності  $T(A)$  та матриці сильної зв'язності  $S(A)$ , яка повинна бути симетричності виділяються компоненти сильної зв'язності за симетричними підматрицями матриці  $S(A)$ .

Таким чином беручі у якості матриці суміжності отримані раніше матриці  $R$  і  $P$  застосовуючи методику теорії графів визначити [5]:

- можливі переходи за кожним окремим циклом і загальні вершини які зв'язані між собою;
- визначити компоненти зв'язності окремих незалежних циклів, які пов'язані з вхідним впливом і які незалежно можуть утворюватись у системі.

## ВИСНОВКИ

Була розроблена модель імітаційного моделювання розповсюдження зовнішніх впливів у підсистемах складних систем високого порядку, а також виявлення можливих внутрішніх компонент зв'язності, я незалежних циклів. Запропонований варіант моделі може бути розширений для дослідження часових характеристик проходження інформаційних потоків, дослідження нечітких відношень між підсистемами і всередині підсистем.

## ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [5] Мочанов А.А. Моделирование и проектирование сложных систем [Текст] / А.А. Мочанов. – К.: Вища школа, головное изд-во, 1988.- 359 с.
- [6] Дружинин В.В. Системотехника [Текст] / В.В. Дружинин, Д.С. Конторов. – М.: Радио и связь, 1985.- 200с.
- [7] Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с фр. – М.: Радио и связь, 1982. 432 с
- [8] Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Е. Дискретная математика. К.: Вища шк., 2002. – 287 с.
- [9] Малько О.Г Спеціальні розділи математики: Навчальний посібник. ІФНТУНГ, Івано-Франківськ, 2010. – 320 с.