

Математичне моделювання солеперенесення в насичено-ненасичених шаруватих ґрунтах з врахуванням інфільтраційних та осмотичних процесів

А.П. Власюк
кафедра інформаційних систем та
обчислювальних методів
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка С. Дем'янука
Рівне, Україна
a.p.vlasyuk.rv@gmail.com

Т.П. Цветкова
кафедра прикладної математики
Національний університет водного господарства та
природокористування
Рівне, Україна
tsvetkova@ukr.net

Mathematical modelling of salt transfer in saturated-nonsaturated layered soils taking into account infiltration and osmosis processes

A. Vlasyuk
Department of Information Systems and
Computational Methods
International university of Economics and Humanities
named after Academician Stepan Demianchuk
Rivne, Ukraine
a.p.vlasyuk.rv@gmail.com

T. Tsvetkova
Department of Applied Mathematics
National University of Water Management and Nature
Resources Use
Rivne, Ukraine
tsvetkova@ukr.net

Анотація—Проведено математичне моделювання процесу перенесення солей при нестационарній фільтрації та вологоперенесенні у насичено-ненасичених шаруватих ґрунтах з врахуванням інфільтраційних та осмотичних явищ. Числові розв'язки відповідних крайових задач отримано методом скінченних різниць. Розроблено відповідне програмне забезпечення, з використанням якого проведено числові експерименти та зроблено їх аналіз.

Abstract—Mathematical model of the salt transfer during the non-stationary filtration and the moisture transfer in full and partial saturation soils layers including osmotic and infiltration phenomena is formulated. Numerical solutions of respective boundary problems are obtained by means of finite differences method. Proper software is developed using which numerical experiments and their analysis are performed.

Ключові слова—солеперенесення; вологоперенесення; насичено-ненасичений ґрунт; шаруватий ґрунт; концентрація; напір; осмос; інфільтрація

Keywords—mass transfer salt; moisture transfer; full and partial saturation soils; layered soils; concentration; pressure; osmosis; infiltration

I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Проведено дослідження перенесення сольових розчинів під впливом інфільтративних та осмотичних процесів в насичено-ненасиченої шаруватому ґрунті при наявності вільної поверхні (рис. 1).

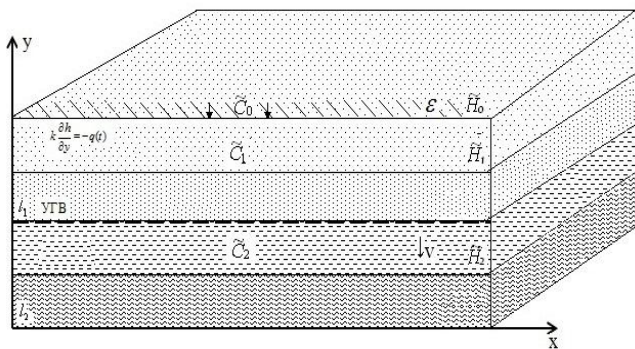


Рис. 1. Солеперенесення в шарах насичено-ненасиченого ґрунту

З атмосферними опадами та поливами на поверхню ґрунту потрапляють сольові розчини з концентрацією \tilde{C}_0 . В зв'язку з цим, на деякій глибині l_1 від поверхні ґрунту утворюється вільна поверхня рівня ґрунтових вод (РГВ). На глибині l_2 є фронт промочування, який вважається нерухомим.

Таким чином, у багатшаровому ґрунтовому середовищі сформувалося дві області: неповного насичення ($P < 0$) – між поверхнею ґрунту і вільною поверхнею (РГВ), повного насичення ($P > 0$) – між вільною поверхнею і фронтом промочування. Розподіл концентрації солей в області неповного насичення в початковий момент часу – \tilde{C}_1 , в області повного насичення – \tilde{C}_2 . Розглядувана область насичено-ненасиченого ґрунту утворена шарами різного типу ґрунтів.

II. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ

Математична модель крайової задачі солеперенесення при вологоперенесенні в шарах $i = \overline{1, S}$ області неповного насичення описується наступною крайовою задачею [1-5]:

$$\frac{\partial \left(D_1^i(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_1^i(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial y} \right)}{\partial y} - v_x'(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial x} - v_y'(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial y} - \gamma_1(c_1^i - C^*) = \sigma_i \frac{\partial c_1^i}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\mu(h_1^i) \frac{\partial h_1^i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_1(c_1^i, h_1^i) \frac{\partial h_1^i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_1(c_1^i, h_1^i) \frac{\partial h_1^i}{\partial y} \right) + f^1(x, y, h), \quad (2)$$

$$v_x'(c_1^i) = -k_1(c_1^i, h_1^i) \frac{\partial h_1^i}{\partial x} + v(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial x}, \quad (3)$$

$$v_y'(c_2) = -k_1(c_1^i, h_1^i) \frac{\partial h_1^i}{\partial y} + v(c_1^i) \frac{\partial c_1^i}{\partial x},$$

$$h_1^i(x, y, 0) = \tilde{H}_0^i(x, y), \quad k \frac{\partial h_1^i}{\partial y} \Big|_{y=0} = -q(t), \quad (4)$$

$$h_1^i(0, y, t) = \tilde{H}_1^i(y, t),$$

$$c_1^i(x, y, 0) = \tilde{C}_0^i(x, y), \quad c_1(l_s, y, t) = \tilde{C}_1(y, t). \quad (5)$$

Математична модель задачі масоперенесення при фільтрації сольових розчинів в шарах $i = \overline{S+1, N}$ області повного насичення має вигляд [1, 2, 4-6]:

$$\frac{\partial \left(D_2^i(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_2^i(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial y} \right)}{\partial y} - v_x(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial x} - v_y(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial y} - \gamma_2(c_2^i - C^*) = \sigma_i \frac{\partial c_2^i}{\partial t} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_2(c_2^i) \frac{\partial h_2^i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_2(c_2^i) \frac{\partial h_2^i}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial y} \right) = 0, \quad (7)$$

$$v_x(c_2^i) = -k_2(c_2^i, h_2^i) \frac{\partial h_2^i}{\partial x} + v(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial x},$$

$$v_y(c_1) = -k_2(c_2^i, h_2^i) \frac{\partial h_2^i}{\partial y} + v(c_2^i) \frac{\partial c_2^i}{\partial y}, \quad (8)$$

$$h_2^i(x, y, 0) = \tilde{H}_0^i(x, y), \quad h_2^i(0, y, t) = \tilde{H}_1^i(y, t),$$

$$h_2(l_N, y, t) = \tilde{H}_2(y, t), \quad (9)$$

$$c_2^i(x, y, 0) = \tilde{C}_0^i(x, y), \quad c_2(l_N, y, t) = \tilde{C}_2(y, t). \quad (10)$$

На межі шарів ґрунту ($i = S$) областей повного та неповного насичення (кривій депресії) задаються умови спряження для напорів і концентрації сольових розчинів:

$$[h] \Big|_{x=l_i} = [c] \Big|_{x=l_i} = \left[cv - D(c) \frac{\partial c}{\partial x} \right] \Big|_{x=l_i} = 0. \quad (11)$$

В математичних моделях (1)-(5), (6)-(10), (11) використані такі позначення: $c_1^i(x, y, t)$, $c_2^i(x, y, t)$ – концентрації сольових розчинів в шарах областей повного і неповного насичення, C^* – концентрація граничного насичення, $D_1(c_1^i)$, $D_2(c_2^i)$ – коефіцієнти конвективної

дифузії, $k_1(c_1^i, h_1^i)$, $k_2(c_2^i, h_2^i)$ – коефіцієнти фільтрації, v_x^i , v_y^i , v_x , v_y – компоненти швидкостей фільтрації, h_1^i – напір вологи, h_2^i – п'єзометричний напір, $\mu(h_1^i)$ – коефіцієнт вологоємності, γ_1 , γ_2 – коефіцієнти масообміну, σ_i – пористість шарів ґрунту, $v_1(c_1^i)$, $v_2(c_2^i)$ – осмотичні функції, $f(t, x, h^i)$ – функція інфільтрації, $q(t)$ – потік вологи.

III. Розв'язування задачі

Чисельний розв'язок крайової задачі, описаної математичними моделями (1)–(5), (6)–(10), (11), знайдено методом скінченних різниць з використанням локально-одновимірного методу О.А. Самарського [6]. Згідно даного методу для розв'язання відповідних задач вологоперенесення (2), (4) та фільтрації сольових розчинів (7), (9) побудовано неявні різницеві схеми [6], для масоперенесення (1), (3), (5) та (6), (8), (10) – монотонні різницеві схеми [6, 7]. Положення вільної поверхні і межі промочування знайдено з використанням алгоритму, описаного в [7].

Висновки

В результаті програмної реалізації побудованого обчислювального алгоритму і проведення чисельних експериментів знайдено розподіл напорів вологи в шарах області неповного насичення, п'єзометричних напорів

сольових розчинів в області повного насичення шаруватого ґрунту, що дало можливість дослідити процес солеперенесення і встановити розподіл поля концентрації сольових розчинів в насичено-ненасиченому шаруватому ґрунті з врахуванням впливу процесів інфільтрації і осмотичних явищ.

ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] И.И. Ляшко, Л.И. Демченко, Г.Е. Мистецкий, Численное решение задач тепло- и массопереноса в пористых средах, К.: Наук. думка, 1991.
- [2] Р.З. Даутов, А.Г. Егоров, “Моделирование неустойчивости влагопереноса в ненасыщенных пористых средах”, *Исследования по прикладной математике*, вып. 1., с. 125-160, 2004.
- [3] А.П. Власюк, Т.П. Цветкова, “Математическое моделирование солепереноса при фильтрации и влагопереносе в насыщенно-ненасыщенных грунтах в случае увлажняющего режима”, *Инженерно-физический журнал*, Т. 88, №5, с. 1031-1042, 2015.
- [4] А.П. Власюк А.П., Т.П. Цветкова, “Математическое моделирование массопереноса при фильтрации и влагопереносе в насыщенно-ненасыщенных слоистых грунтах”, *XX Межд. конф. "Problems of decision making under uncertainties"*, Чешская республика, Брно, 2012, с. 152-153.
- [5] А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов, Теория тепло-массопереноса, М.: Госэнергоиздат, 1963..
- [6] И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека, Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах, К.: Наук. думка, 1991.
- [7] А.А. Самарский, Теория разностных схем, М.: Наука, 1989.
- [8] А.П. Власюк, О.П. Остапчук, О.М. Степанченко “Монотонна різницева схема для нелінійного одновимірного рівняння параболічного типу, що містить першу похідну”, *Вестник Киевского ун-та, сер.: физ.- мат. науки*, вып. 2, . 217-226, 2005.