

# Математичне моделювання електромеханічних систем з автономним електророживленням

Г.Й. Боднар

кафедра прикладної математики і механіки  
ЛДУ безпеки життєдіяльності  
Львів, Україна  
[grigorijbodnar@gmail.com](mailto:grigorijbodnar@gmail.com)

Т.В. Гембара

кафедра прикладної математики і механіки  
ЛДУ безпеки життєдіяльності  
Львів, Україна  
[taras.gembara@gmail.com](mailto:taras.gembara@gmail.com)

О.В. Шаповалов

кафедра електротехніки, промислової автоматики та  
зв'язку  
ЛДУ безпеки життєдіяльності  
Львів, Україна  
[o1972@ukr.net](mailto:o1972@ukr.net)

## Mathematical modeling of electromechanical systems with independent power supplies

G.J. Bodnar

Department of Applied Mathematics and Mechanics  
Lviv State University of vital activity safety  
Lviv, Ukraine  
[grigorijbodnar@gmail.com](mailto:grigorijbodnar@gmail.com)

T.V. Hembara

Department of Electrical Engineering, Industrial  
Automation and Communications  
Lviv State University of vital activity safety  
Lviv, Ukraine  
[taras.gembara@gmail.com](mailto:taras.gembara@gmail.com)

O.V. Shapovalov

Department of Applied Mathematics and Mechanics  
Lviv State University of vital activity safety  
Lviv, Ukraine  
[o1972@ukr.net](mailto:o1972@ukr.net)

**Анотація** – Досліджено електропривід водяного насоса підвищувача тиску води системи внутрішнього протипожежного водопроводу, який живиться від резервного джерела з акумуляторними батареями і автономними інверторами напруги. Розроблена математична модель електроприводу та наведені результати моделювання електромагнітних та електромеханічних процесів в двигуні під час пуску і роботи насоса.

**Abstract** – Researched electric drive of water pump to increase water pressure of internal fire water supply, which is powered by redundant power with batteries and autonomous voltage inverter. The mathematical model of electric drive and presents the results of simulations of electromagnetic and

electromechanical processes in the engine during start-up and operation of the pump.

**Ключові слова** — автономне електророживлення, електропривід, математична модель, електромагнітні та електромеханічні процеси, акумуляторні батареї, водяний насос.

**Keywords** — autonomous power supply, electric drive, mathematical model, electromagnetic and electromechanical processes, rechargeable battery, water pump.

### I. ВСТУП

Використання автономних джерел електророживлення в системах протипожежного захисту дає змогу підвищити їх

ефективність і надійність та забезпечити високий рівень протипожежного захисту об'єктів.

На рис.1 наведена блок-схема електроприводу насоса [1], де АБ1, АБ2, АБ3 – акумуляторні батареї, блок тиристорів (VS1, VS2, VS3); АІН1, АІН2 - трифазні автономні інвертори напруги; ТТ – трифазні трансформатори; АД – привідний асинхронний двигун; Н – насос; система керування. У схемі здійснюється перетворення напруги постійного струму АБ у трифазну змінну. Коефіцієнт гармонік напруги живлення АД становить 12%. У схемі передбачено ступінчасте керування процесом пуску АД за законом частотного регулювання.

$$\frac{U_1}{f_1} = \frac{U_2}{f_2} = \frac{U_3}{f_3} = const, \quad (1)$$

де  $U, f$  - відповідно напруга і частота живлення АД.

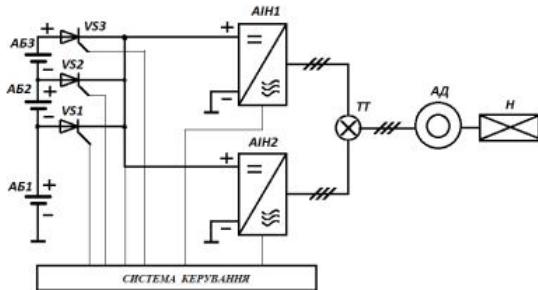


Рис. 1. Блок-схема електроприводу

## II. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ

Для даної схеми на основі теорії математичного моделювання електромашинно-вентильних систем [2] розроблено математичну модель, яка дає змогу проводити дослідження електромагнітних і електромеханічних процесів в АД при пуску і роботі насоса. Ця модель формувалась з математичних моделей окремих елементів, серед яких: АБ, VS1, VS2, VS3, АІН1, АІН2, ТТ, АД, Н, система керування. Усі перелічені елементи представлені багатополюсниками, процеси в яких описуються замкненою системою рівнянь (диференційних, алгебричних, логічних). Кожний елемент представлено зовнішнім векторним рівнянням виду

$$p\vec{i}_e + \check{G}_e \cdot \vec{\varphi}_e + \vec{C}_e = 0, \quad (2)$$

де  $\vec{i}_e = (i_1, \dots, i_n)_t$ ;  $\vec{\varphi}_e = (\vec{\varphi}_1, \dots, \vec{\varphi}_n)_t$  – вектори струмів зовнішніх віток та потенціалів зовнішніх полюсів багатополюсника;  $\check{G}_e, \vec{C}_e$  – відповідно матриця ( $n \times n$ ) і вектор розмірністю  $n$ , які визначаються параметрами структурного елемента;  $n$  – кількість полюсів електричного багатополюсника.

Крім векторного рівняння виду (2) електричний багатополюсник описується ще й внутрішніми рівняннями, які використовуються для розрахунку змінних, що не відносяться до струмів зовнішніх віток.

Спосіб з'єднання між собою зовнішніх віток багатополюсників математично описується матрицями з'єднань  $\tilde{P}_j$ , які складаються для кожного елемента за таким принципом: кількість рядків матриці рівна кількості незалежних вузлів схеми (точок з'єднання між собою зовнішніх віток багатополюсників, причому, кількість незалежних вузлів для гальванічно-зв'язаної схеми на одиницю менша від загальної кількості вузлів), а кількість стовпців рівна кількості зовнішніх віток елемента. Елементами матриці є 0 і 1. Якщо  $i$ -та зовнішня вітка структурного елемента входить в  $j$ -ий незалежний вузол схеми то на перетині  $i$ -го стовпчика та  $j$ -го рядка записується 1, всі інші елементи матриці рівні 0.

Співвідношення між потенціалами зовнішніх полюсів багатополюсників та потенціалами незалежних вузлів схеми описується рівнянням [2]:

$$\vec{\varphi}_e = \tilde{P}_j^T \varphi_c, \quad (3)$$

де  $\vec{\varphi}_c$  – вектор потенціалів незалежних вузлів схеми.

Потенціали незалежних вузлів схеми можуть бути визначені з векторного рівняння виду:

$$\check{G}_c \cdot \vec{\varphi}_c + \vec{C}_c = 0, \quad (4)$$

де коефіцієнти визначаються на основі коефіцієнтів зовнішнього вузлового векторного рівняння виду (1) кожного структурного елемента та матриць з'єднань елемента за формулами:

$$\check{G}_c = \sum_{j=1}^m \tilde{P}_j \cdot \check{G}_{ej} \cdot \tilde{P}_j^T; \quad \vec{C}_c = \sum_{j=1}^m \tilde{P}_j \cdot \vec{C}_{ej} \quad (5)$$

де  $m$  – кількість елементів, що входять до складу ЕМВС.

Рівняння (1), (2), (3), (4) разом з внутрішніми рівняннями електричних багатополюсників формують математичну модель схеми електроприводу.

Під час математичного моделювання на кожному кроці чисельного інтегрування розраховують вектор інтегральних змінних  $\vec{y}$ , елементами якого є всі змінні, які описують структурні елементи схеми, і інтегруються, тобто  $\vec{y} = \vec{y}(t)$ . Похідні інтегральних змінних входять до складу вектора інтегрування  $p\vec{y}$ , який формується з векторів інтегрування структурних елементів схеми, похідних змінних, що не входять у вектори інтегрування структурних елементів. У вектори інтегрування структурних елементів  $p\vec{y}_e$  входять вектор похідних струмів зовнішніх віток  $\vec{p}\vec{i}_e$ , який визначається з рівняння (1) та похідні змінних внутрішніх рівнянь багатополюсника.

### ІІІ. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Програмно математична модель реалізована з використанням мови програмування FORTRAN. Загальні підпрограми є типовими і призначені для: виконання математичних операцій над матрицями; чисельного інтегрування систем диференційних рівнянь методом Рунге-Кутта 2-го порядку; розв'язування систем алгебраїчних рівнянь методом Гаусса; - визначення моментів природного закривання вентиців (лопатів та тиристорів). Результати моделювання у вигляді часових залежностей наведені на рис. 2. Вони підтверджують теоретичні твердження щодо ступінчастого частотного пуску АД згідно (1) і можливість ефективного використання АБ з АІН у схемах електро живлення АД приводу водяного насоса.

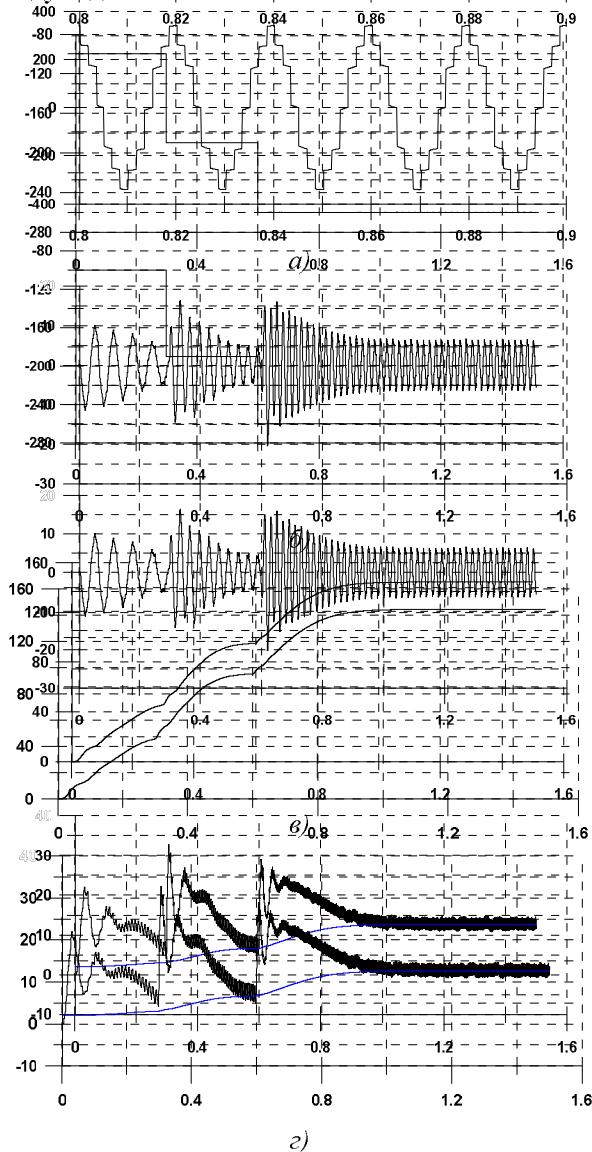


Рис. 2. Часові залежності при ступінчастому частотному пуску АД від автономного джерела з АБ: а) квазісінусоїдальна форма кривої напруги живлення АД; б) струм статора при пуску АД; в) кутова швидкість обертання ротора АД; г) електромагнітний момент і момент навантаження АД.

Перевірка адекватності математичної моделі здійснена на експериментальній установці, виготовленій за схемою, наведеною на рис.1. Результати досліджень форми кривої напруги живлення АД і залежності струму від часу при пуску показані на рис. 3.

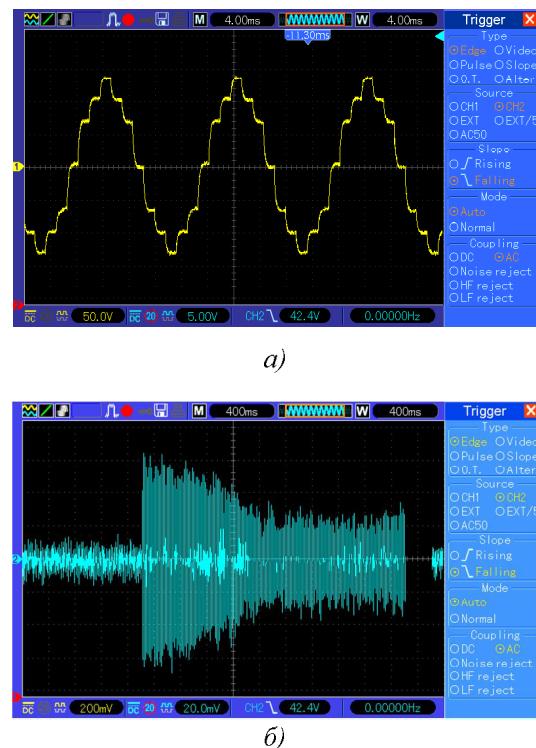


Рис. 3. Результати експериментів: а) квазісінусоїдальна форма кривої напруги живлення АД; б) струм статора АД при пуску

### ВИСНОВКИ

Порівнюючи результати досліджень можна стверджувати, що розбіжність між розрахунковими (рис.2) і експериментальними даними (рис.3) не перевищує 6% (форма і характер зміни струму та напруги), що підтверджує достатній рівень адекватності математичної моделі. Тому її можна пропонувати до використання при проектуванні автономних джерел з АБ і АІН для живлення АД приводу насоса.

### ЛІТЕРАТУРА REFERENCES

- [1] Пат. 105287 Україна, МПК (2014.01) A62C 37/00, A62C 37/46 (2006.01), F04D 25/06 (2006.01), Н02Р 25/00 Електропривід насоса підвищувача тиску води / Боднар Г.Й., Шаповалов О.В.; заявник і власник Львівський державний університет безпеки життедіяльності. – а201211659; заявл. 09.10.2012; опубл. 25.04.2014, Бюл. № 8.
- [2] Плахтина Е.Г. Математическое моделирование электромашиновентильных систем / Е.Г. Плахтина. – Львов: Изд-во «Вища школа», 1986. – 164с.