в залежності від часу.

Реалізація даної схеми заснована на застосуванні отриманого авторами прямого методу розв'язку крайових задач теорій теплопровідності для багатошарових плоских конструкцій.

III. Модельна задача

У якості модельної задачі досліджено вплив руйнування довільного шару будівельної конструкції на час вогнестійкості (втрати теплоізолювальної здатності) будівельної конструкцій, яка складається з вапняної штукатурки, пінопласту, цегляної кладки та вапняної штукатурки [3]. У початковий момент часу температура стінки постійна і дорівнює 25^0C.

Одна із зовнішніх поверхонь нагрівається шляхом конвекційного теплообміну з навколишнім середовищем, температура якого змінюється за законом $t_c(\tau) = 345\lg(8\tau+1)+25$. Коефіцієнт теплообміну зі сторони поверхні, що обігрівається, становить $\alpha_0 = 25\,\mathrm{Вт}/\mathrm{м^2К}$, а з поверхні, що не обігрівається – $\alpha_0 = 4\,\mathrm{Вт}/\mathrm{м^2К}$. Необхідно визначити розподіл нестаціонарного температурного поля по товщині цієї конструкції та знайти час, за який температура поверхні, що не обігрівається, досягне 180^0C (критична температура втрати теплоізолювальної здатності).

Оскільки другий шар конструкції складається з пінопласту, то існує загроза його руйнації, коли температура на межі першого і другого шару підніметься до 100^0C. Тому проведено два різні розрахунки розподілу нестаціонарного температурного поля (без урахування руйнування шару пінопласту, та з урахуванням руйнування шару пінопласту та, як наслідок, шару штукатурки).

Використавши запропонований алгоритм дослідження розподілу нестаціонарного температурного поля по товщині конструкції без урахування руйнування шару пінопласту, отримаємо розв'язок цієї задачі у вигляді графіку, що представлений на рис. 2.

Дослідимо тепер поширення нестаціонарного температурного поля по товщині конструкції з урахуванням руйнування другого шару. Проводячи відповідні розрахунки, одержимо графік зміни температури на поверхня, що не обігрівається у вигляді графіку (рис. 2).

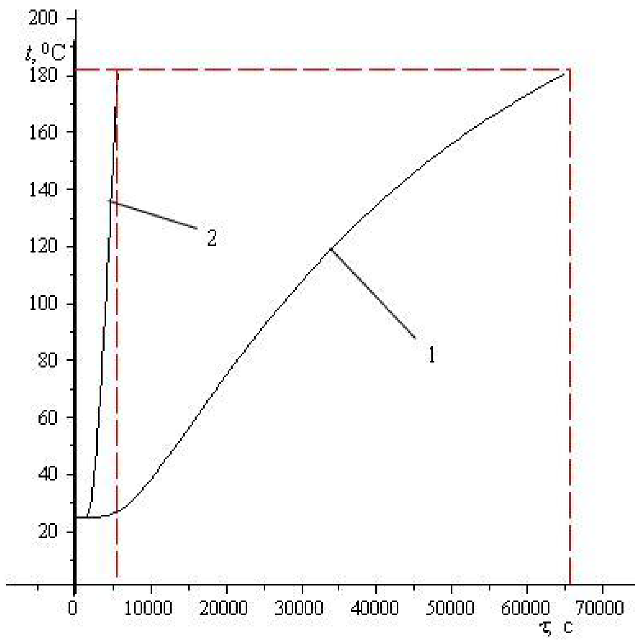

Рис. 2. Графік зміни температури зі сторони поверхні, що не обігрівається: 1 – без урахування руйнування шару пінопласту; 2 – з урахуванням руйнування шару пінопласту.

Висновки

Важливість урахування руйнування одного чи декількох шарів є досить суттєвою. Проведені теоретичні дослідження у вигляді модельної задачі чотиришарової конструкції (штукатурка – пінопласт – цегляна кладка – штукатурка) показали, що неврахування фактору руйнування довільного шару може призвести до помилкового визначення межі вогнестійкості. Теплоізолювальна здатність такої конструкції без урахування руйнації шару пінопласту становить 18 годин, а з урахуванням руйнування – 94 хв. У розглянутому випадку, час критичного прогріву реально зменшується приблизно у 11 раз.

Література References

[1] Милованов А. Ф. Огнестойкость железобетонных конструкций, М.: Стройиздат, 1986. – 224 с.

[2] Тацій Р. М. Загальна третя крайова задача для рівняння теплопровідності з кусково-сталими коефіцієнтами та внутрішніми джерелами тепла / Р. М. Тацій, Т. І. Ушак, О. Ю. Пазен // Пожежна безпека: Зб. наук. пр. – Львів : ЛДУ БЖД, 2015. – № 27. – С. 120-126.

[3] Семерак М. М. Теплоизолирующая способность многослойных строительных конструкций с учётом разрушения произвольного слоя / М. М. Семерак, Р. М. Тацій, О. Ю. Пазен // Вестник Кокшетауского технического института Министерства по чрезвычайным ситуациям республики Казахстан : Сб. науч. тр. – Кокшетау : КТИ КЧС МВД РК, 2015. – № 4 (20). – С. 8–17.

Про розв'язність задачі з функціональними крайовими умовами для квазідиференціального рівняння з мірами в коефіцієнтах

В.В. Мазуренко
кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
Івано-Франківськ, Україна
viktor.mazurenko@pu.if.ua

On the solvability of a functional boundary-value problem for a quasidifferential equation with measures as coefficients

V. Mazurenko
Department of Differential Equations
and Applied Mathematics
Vasyl Stefanyk Precarpathian National University
Ivano-Frankivsk, Ukraine
viktor.mazurenko@pu.if.ua

***Анотація*—На основі поняття псевдооберненої за Муром-Пенроузом матриці встановлено необхідні і достатні умови існування та єдиності розв'язку задачі з функціональними крайовими умовами для квазідиференціального рівняння з мірами в коефіцієнтах. Отримано зображення розв'язку в інтегральній формі з допомогою функції Ґріна.**

***Abstract*—We consider a functional boundary-value problem for a quasidifferential equation in general case with the number of boundary conditions not coinciding with the order of the equation. We obtain necessary and sufficient conditions for the existence and uniqueness of a solution of such boundary-value problem using a method of pseudo-inverse by Moore-Penrose matrices. We represent the solutions in the integral form by the Green matrix.**

***Ключові слова*—квазідиференціальне рівняння з мірами; функціональна крайова задача; існування розв'язків; псевдообернена за Муром-Пенроузом матриця; матриця Ґріна.**

***Keywords*—quasidifferential equation with measures; functional boundary-value problem; existence of solutions; Moore-Penrose pseudo-inverse matrix; Green matrix.**

I. Вступ

Дослідження різноманітних фізичних процесів (як, н-д, поздовжні коливання стрижнів з кусково-змінним перерізом, крутильні коливання валів змінної жорсткості, температурні задачі з кусково-змінним коефіцієнтом теплопровідності та ін.), котрі враховують природну єдність дискретного (зосереджені величини) і неперервного (розподілені величини) приводить до необхідності створення адекватних математичних моделей. Багато з них описуються диференціальними рівняннями, що містять доданки вигляду $\left(a(x)y^{(m)}\right)^{(n)}$. За умови недостатньої гладкості коефіцієнта $a(x)$ такі рівняння не вдається звести (з допомогою операції n-кратного диференціювання) до звичайних диференціальних. Відтак в науковій літературі їх прийнято називати квазідиференціальними (КДР).